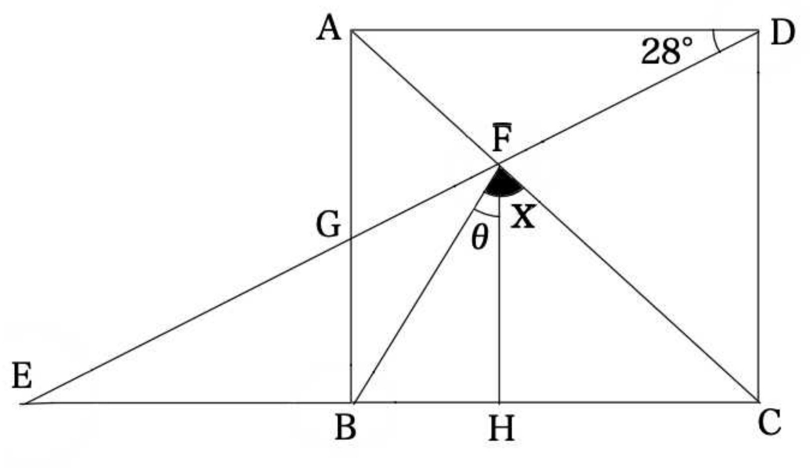
ある正方形の角度の問題

福沢正男



これもネットで見つけた角度の問題である．

【問題】：正方形ABCDの点Dを中心に，DAから正の角28°を取る．その半直線と対角線AC，辺AB，直線BCとの交点をそれぞれF，G，Eとする．このとき，FBとFCの作る角∠BFC＝xを求めよ．

【解】：まず，できるだけ図を正確に書いて∠BFCを測ってみると70°前後であると考えられる．そこで，FからBCに垂線FHを下ろすと，△FCHは直角二等辺三角形だから∠CFH=45°，ゆえに∠BFHは25°前後とわかる．すると，この図で（正方形の直角以外に）与えられている角度は28°なので．∠BFH＝28°ではないかと予想できる．そこで∠BFH＝θとおいてtanθ＝BH/FHを計算してみよう．

まず，単位長としてBC＝1としてBEをもとめる（以下，辺・線分はABC順に記す）．

$$\tan 28^\circ = CD/CE = 1/(1+BE) \quad \therefore BE = (1-\tan 28^\circ)/\tan 28^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

これをもとに，BHを求めれば，

$$\tan 28^\circ = FH/EH = (1-BH)/(BE+BH) \text{ より } BH = \tan 28^\circ/(1+\tan 28^\circ)$$

よって，

$$\tan\theta = BH/FH = BH/(1-BH) = \frac{tan28^\circ/(1+tan28^\circ)}{1-tan28^\circ/(1+tan28^\circ)} = \tan 28^\circ$$

ゆえにθ=28°となって目的が達せられた．よって∠BFC＝73°．‖

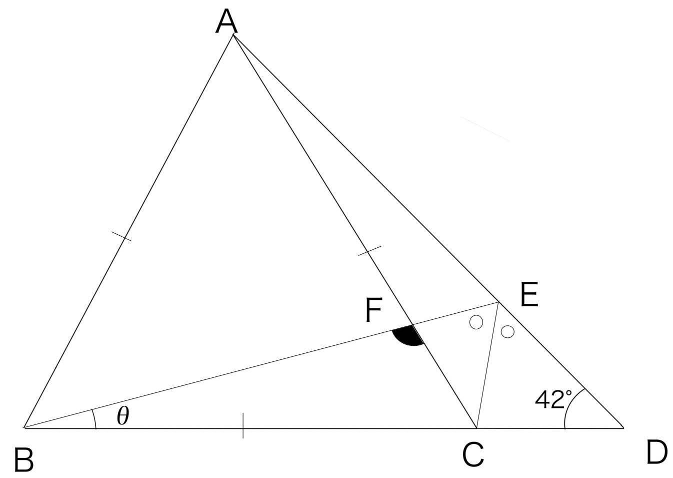
(2024.4.29
)

正三角形の角度の問題

福沢正男

（以前にこのブログでいちゃもんを着けた問題を，得意の三角法による解決を見つけたので再録する．）

【問題】図のように，正三角形ABCの辺BCの延長上に点Dを∠ADB＝42°となるようにとる．次に点Eを∠BEC＝∠DECとなるようにとったとき，∠BFCは何度か．



ブログでは設問のようには正確に図を書くことができないのでよろしくないという文句を述べたのであるが，ここではあえて設問通りとして三角法による解法を述べる．

【解答】正三角形ABCの1辺を 1 とすると，CDの長さは，

△ACDで∠CAD=18°であるから正弦定理より

$$\frac{1}{sin42^\circ}=\frac{CD}{sin18^\circ}\quad \therefore CD=\frac{sin18^\circ}{sin42^\circ}$$

よってBC：CD=1 : $\frac{sin18^\circ}{sin42^\circ}$＝$sin42^\circ : sin18^\circ$

一方，∠BEC＝∠DECより，BE：ED=BC：CDだから

$$\mathrm{BE}:\mathrm{ED}=\sin 42^\circ:\sin 18^\circ \quad \therefore \frac{BE}{sin42^\circ}=\frac{ED}{sin18^\circ}$$

となる．∠EBC= θ とすれば，△BEDでの正弦定理により

$$\frac{BE}{sin42^\circ}=\frac{ED}{sin\theta}$$

であるから，θ ＝18°となり，求める∠BFC=102°が得られる．‖

(2024.5.1)